

“Mathematics in the Mediterranean”

H. P. M. 2016

Satellite Meeting of ICME 13

Montpellier, 18-22 juillet 2016

**Les mathématiques dans l’espace
méditerranéen :
L’exemple d’al-Andalus et du Maghreb**

Ahmed DJEBBAR

Université des Sciences et des Technologies de Lille

Les pratiques mathématiques au Maghreb

Avant le VIII^e siècle

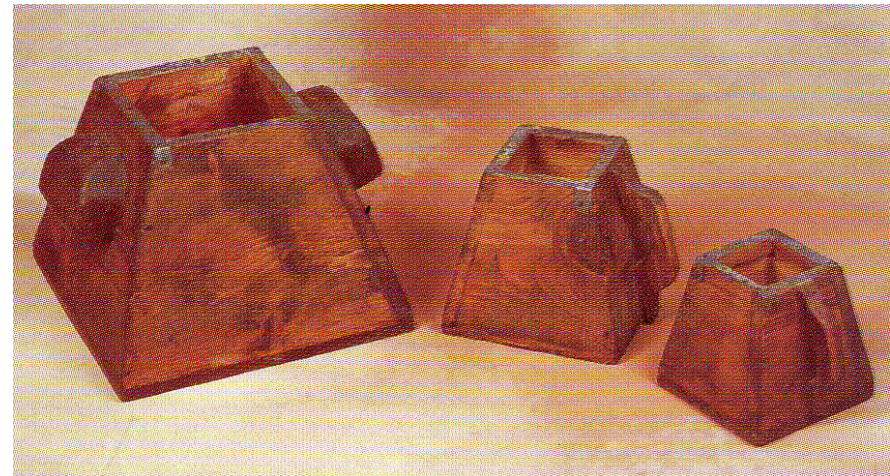
- Le leg de Carthage (VIII^e-II^e s. av. J.C.)
 - *Périple de Hanon*
 - *Traité agronomique de Magon*
 - *Autres traités techniques*
- Traduction en grec (II^e s. av. J.C.) :



- Le leg grec (III^e av. J.C.-II^e s.)
- Hellénisation de la cour et des élites des royaumes numides de Massinissa (-202 → -148) et de Juba II (-25 → + 23)
- Les legs romain (II^e av. J.C.-V^e s.) et byzantin (VI^e-VII^e s.)
- Les pratiques mathématiques locales :
 - Numérations
 - Géométrie décorative



Les pratiques mathématiques en Andalus avant le VIII^e siècle



تسعة وهكذا الى غير نهاية ولكل عدد
 اولها واحد واخرها تسع مائة وتسعون
 وعشراتها وميها والبرق بينهما والتكرار

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠
٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠
٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠
٥١	٥٢	٥٣	٥٤	٥٥	٥٦	٥٧	٥٨	٥٩	٦٠
٦١	٦٢	٦٣	٦٤	٦٥	٦٦	٦٧	٦٨	٦٩	٧٠
٧١	٧٢	٧٣	٧٤	٧٥	٧٦	٧٧	٧٨	٧٩	٨٠
٨١	٨٢	٨٣	٨٤	٨٥	٨٦	٨٧	٨٨	٨٩	٩٠
٩١	٩٢	٩٣	٩٤	٩٥	٩٦	٩٧	٩٨	٩٩	١٠٠

بذلك كله
 في الارتفاع
 يجب له من
 في شمس العدد
 في شمس الدنيا
 في ذلك كسور
 في شمس عمه
 في خمسة اسرار

في ثمانية اثناع عشر وتسعة
 في اربعة اشياء هكذا في اربعة اشياء
 في عملون الاجم التي مقاماتها اكثر من عشر



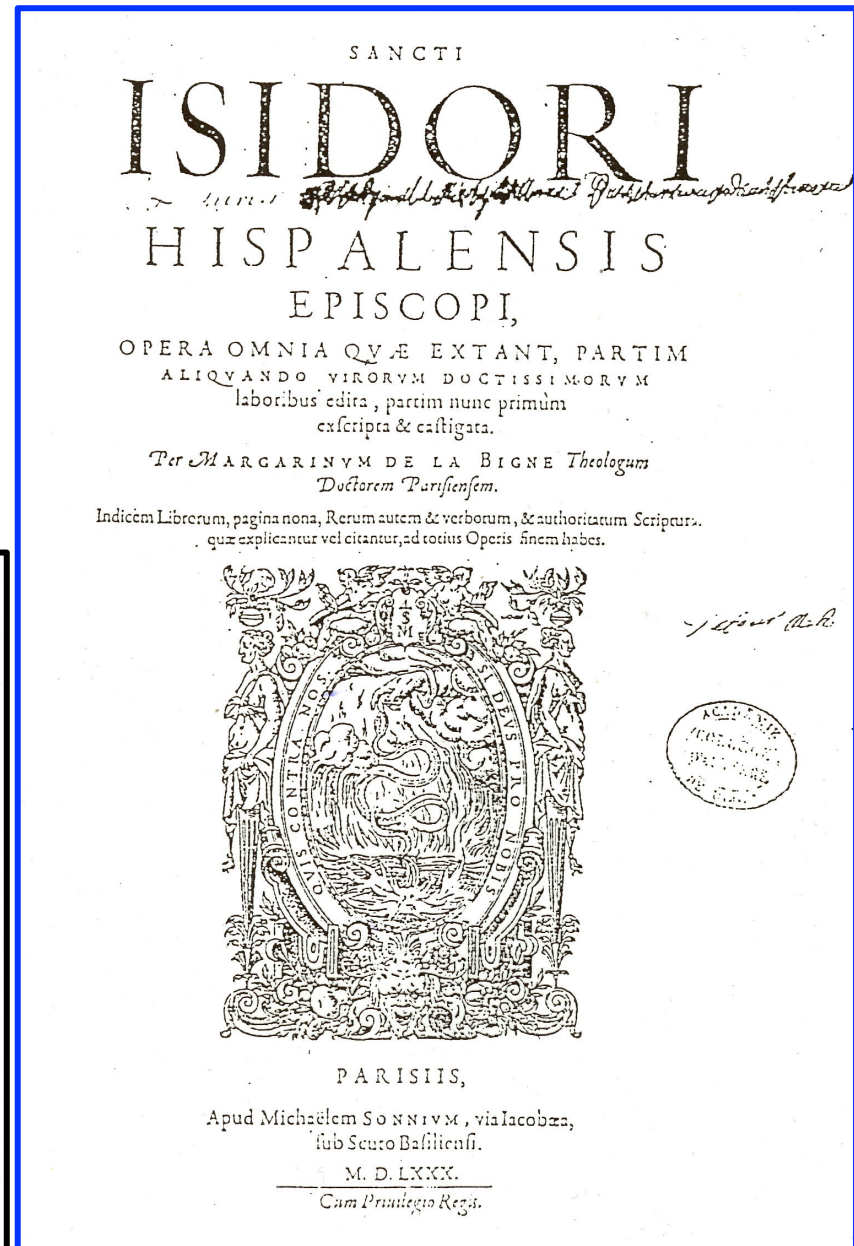
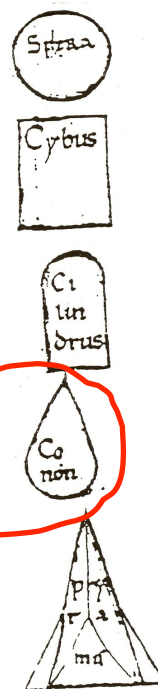
La sphère est une figure de forme ronde, en toutes parts égales.

Le cube est une figure particulière qui est définie par longueur, largeur et hauteur.

Le cylindre est une figure de base droite ayant un cercle plus au dessus.

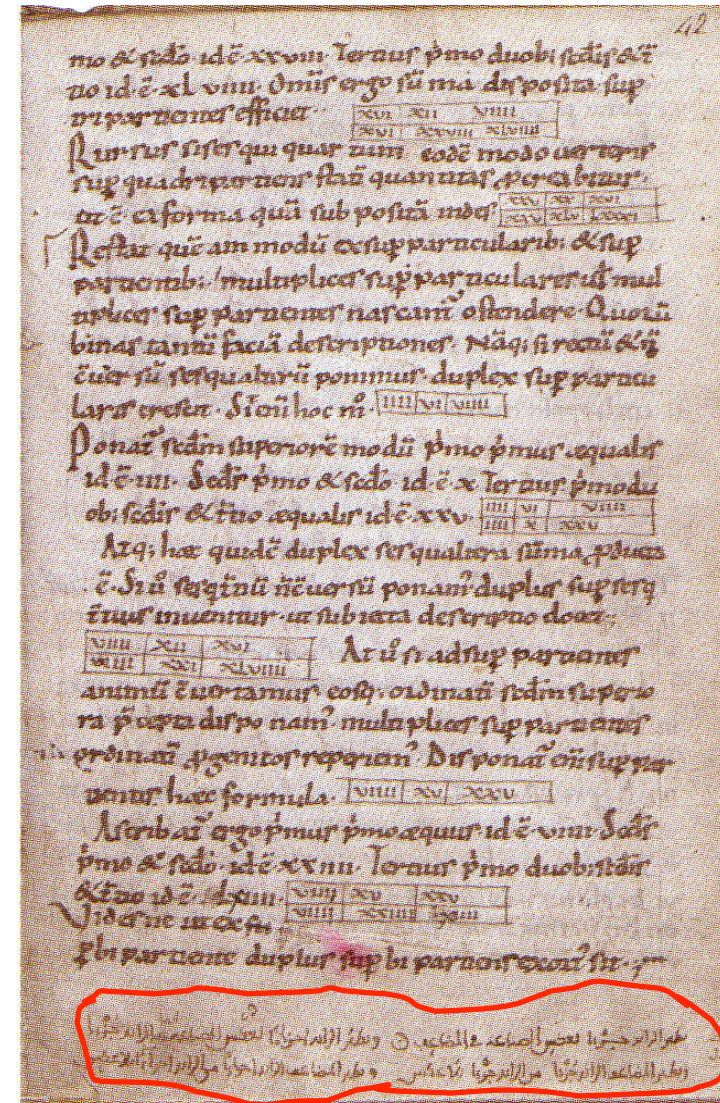
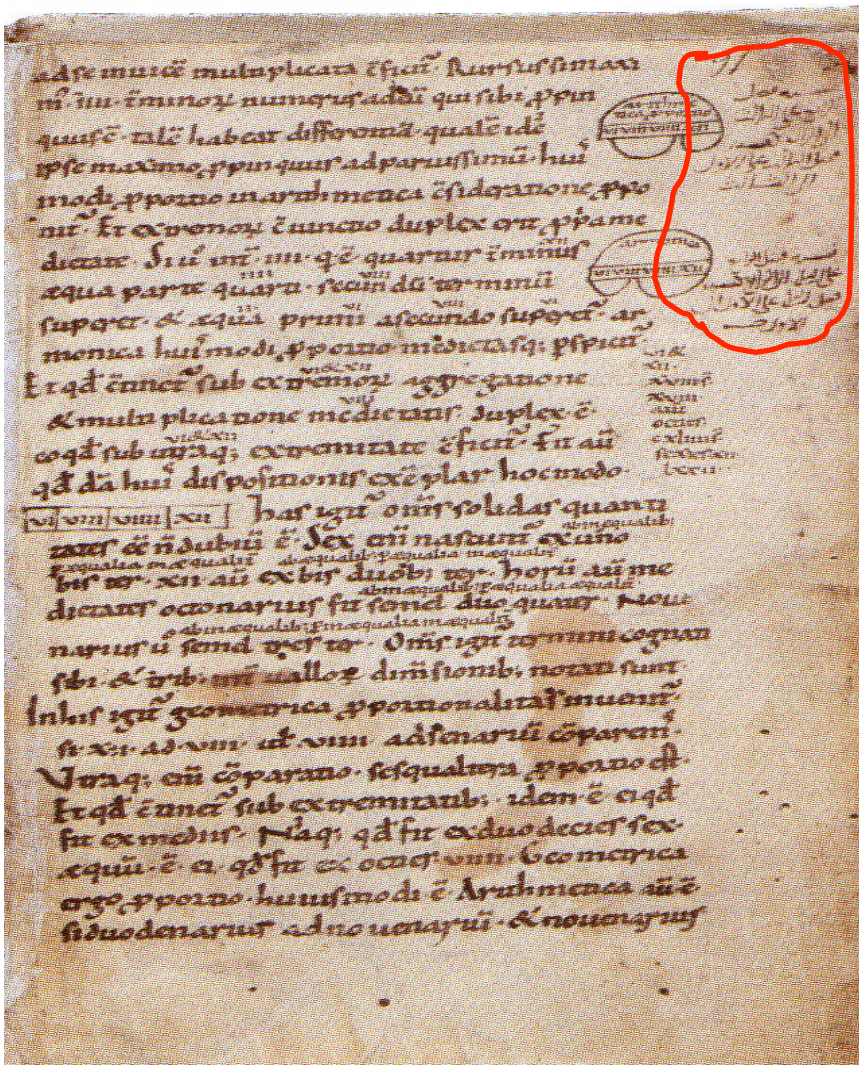
Le cône est la figure qui, d'ample se termine étroitement en étant droite.

La pyramide est la figure qui, tel le feu, d'ample s'élève en pointe. Feu car chez les Grecs il est dit « phyrin ».



L'Arithmétique de Boèce

Ms. de Ripoll n° 168 (XI^e s.)



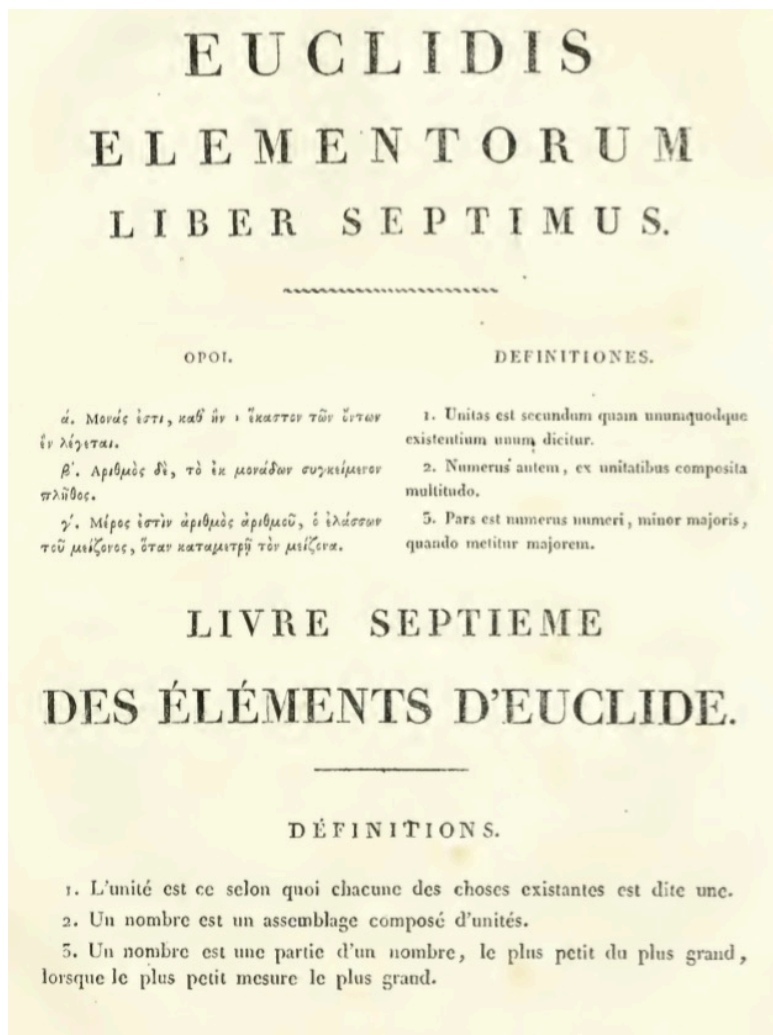
Mathématiques mésopotamiennes en Andalus

- Calcul sexagésimal
- Procédures « préalgébriques »
- Géométrie du mesurage

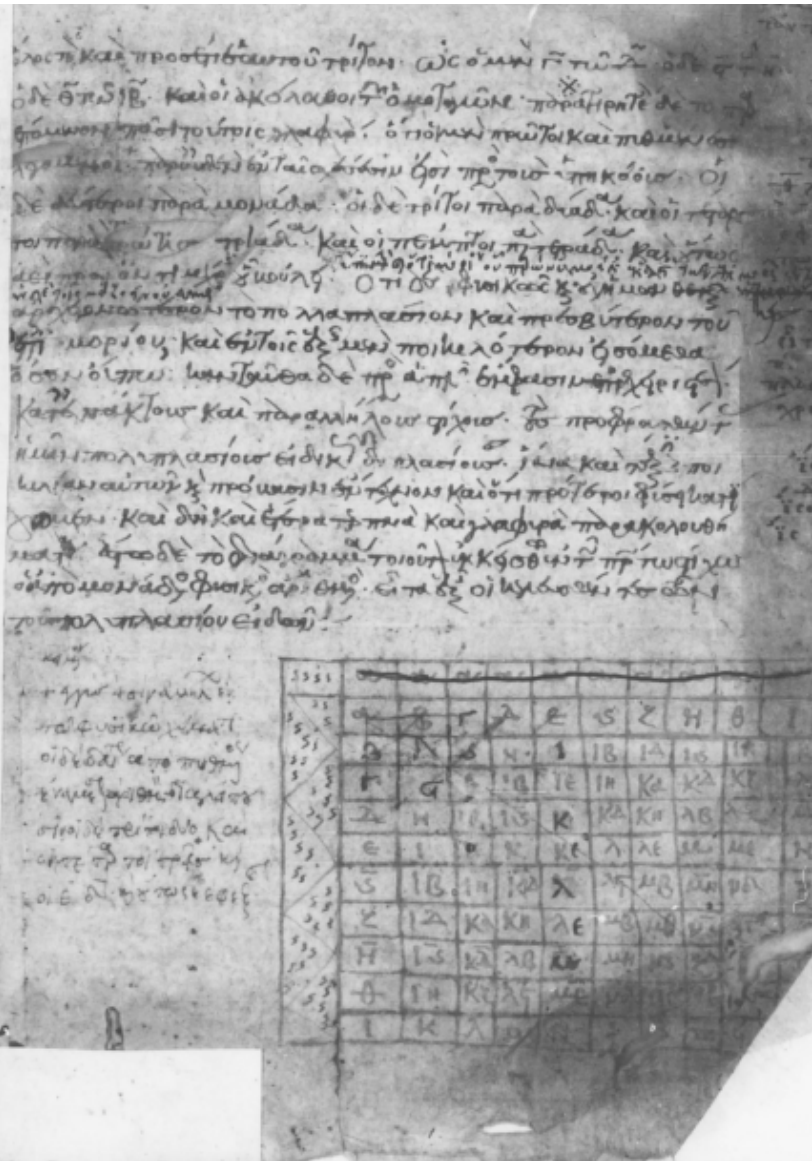


Mathématiques grecques en Andalus et au Maghreb

Arithmétique euclidienne



Arithmétique néopythagoricienne



بَحْوثُ وَكَذَلِكَ
بِإِدارة مَهْدِ الآدابِ الشَّرْقِيَّةِ فِي بَيْرُوتِ

٩

كِتَابُ الْمَدْخَلِ إِلَى عِلْمِ الْعَدَدِ

الَّذِي وَضَعَهُ نِقُومَانُ بْنُ أَحْمَرَ السَّيْنِي
مِنْ شَيْعَةِ فَيْثَاغُورَئِيَّةٍ

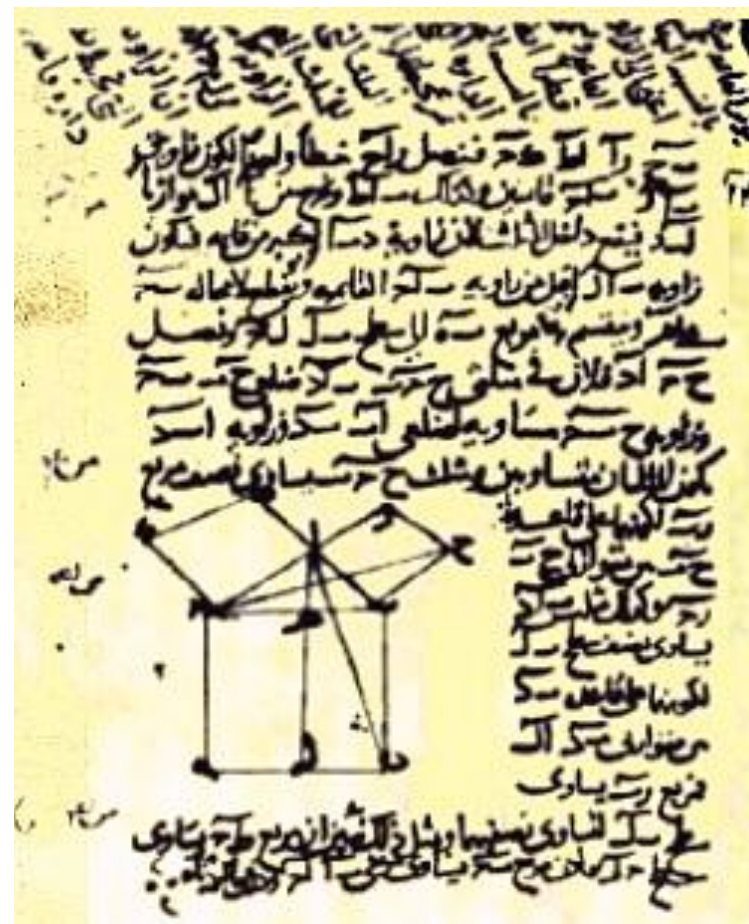
تَرْجَمَهُ نَابِتُ بْنُ قَرَّةٍ

عَنِ بَنْشُرِهِ وَتَصْحِيحُهُ
الْأَبُ وَلَهَامُ كَرَسُ الْبَيْسُوعِيِّ

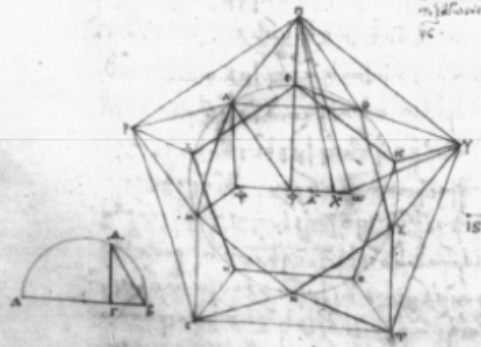
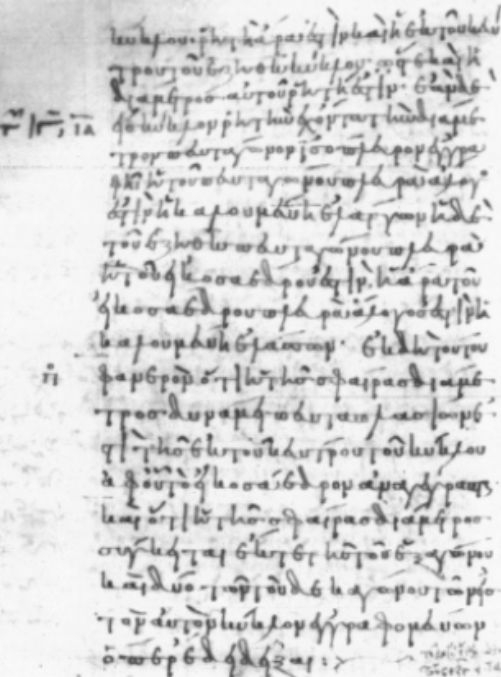
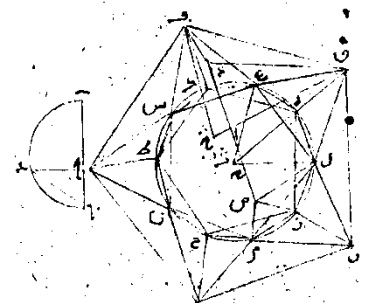


المطبعة الكاثوليكية - بيروت

Géométrie euclidienne plane



Géométrie euclidienne solide

[illegible][illegible][illegible]

Géométrie archimédienne

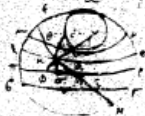
اعظم من ثلثه راجح ويجعل مركزه ابرة ان حرد نقطة ت ونخرج
من مركز ت عمودا الى احد اضلاع الكثير الزوا اعليه ت ح ولان
خط راجح مساو لمحيط الدائرة ان حرد الذي هو اعظم من محيط الكثير
الزوايا الذي عليه اطراف حردم فخط راجح اعظم من محيطه و
الكثير الزوايا او اضلاع خطه و مساو المقصود فنقول الدائرة

Géométrie des coniques

ἐὰν αἰκατὰ κορυφὴν ἐπιφανῇσαι· ἐπὶ πρῶτον
παρασώσῃ καὶ τὰ τῆς κορυφῆς· ἐστὶν ὡς ἐκατὶ
τῶν ἐπιφανῶν τοῦ καὶ ἡ καλὸν ἐστὶν ἡμῶν

[illegible]

Géométrie sphérique



السلامة والعمارة علمه لما انشا الله

وتلخيص هذا العمل في ان نقصر الوضع الذي تميز معرفة
كميته فانظر الى الزاويتين اللتين عليه فسم احدهما الاول وسم الاخر الثانية
فما كانت منهما واحدة واستعملت لهما وما كانت غير واحدة فاستعملت من مائة
وثلاثين واستعمل الباقي عوضا وهم المستعمل للزاوية الاولى والمستعمل الاول
الثانية المستعمل الثاني ثم انظر الى الزاوية الثالثة الباقية من الثلث وان كانت الزاوية
الاولتان جادتين معا او غير جادتين معا فاستعمل الزاوية الثالثة من مائة
وثلاثين واحفظ الباقي واستعمله وهو المستعمل للثلث وان كانت احده
الزاويتين الاولى والثانية جادة والاخرى متباعدة فاستعمل الزاوية الثالثة نفسها
وهي المستعمل للثلث مما كان من المستعمل للثالث الاول والثاني واجعلها
ثلاثتها اصلا عما لثالث واستخرج الزاوية التي تميز الوضع المستعمل للثالث
واحفظها وان كانت الزاويتان الاولى والثانية جادتين معا او غير جادتين معا

Les apports indiens

- Sinus, Versin(α) $\rightarrow$ $1 - \cos(\alpha)$
- Cercle trigonométrique
- Système décimal positionnel

१ २ ३ ४ ५ | ६ ७ ८ ९ ०

1	2	3	४	५	6	7	8	9	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

यष्टियंत्रम्

वृत्तव्यासदलं यष्टिस्त्रिज्यांशाङ्गुलसम्मिता ॥ ८ ॥

दिङ्मध्येऽर्कोन्मुखी धार्या यष्टिः कर्णस्तदुन्मतिः ।

शंकुस्तस्यैव मूलात्तु छाया दिङ्मध्यगा सदा ॥ ९ ॥

यष्ट्यग्रोदयमध्यांशाः षड्भिर्ज्या दिने गताः ।

चक्रयन्त्रम्

भगणांशाङ्कितं चक्रं सरन्ध्रं विषुवत्यय ॥ १० ॥

धनुः रव्युन्मुखं कृत्वा चापवच्चक्रयन्त्रकम् ।

कल्पयेत्लम्बशङ्कोर्वा छाया नाड्यश्च यष्टिवत् ॥ ११ ॥

शङ्कुभ्रमप्रकारेण प्रोक्ता नाड्यश्च तत्प्रभा ।

अधुना चन्द्रपक्षस्य भाभ्रमान्नाड्यः तच्छाया च कथ्यते ॥ १२ ॥

Le Caire

Bagdad

Damas

Kairouan

Bejaïa

Ceuta

Marrakech

Tunis

Fez

Tlemcen

Tombouctou

Cordoue

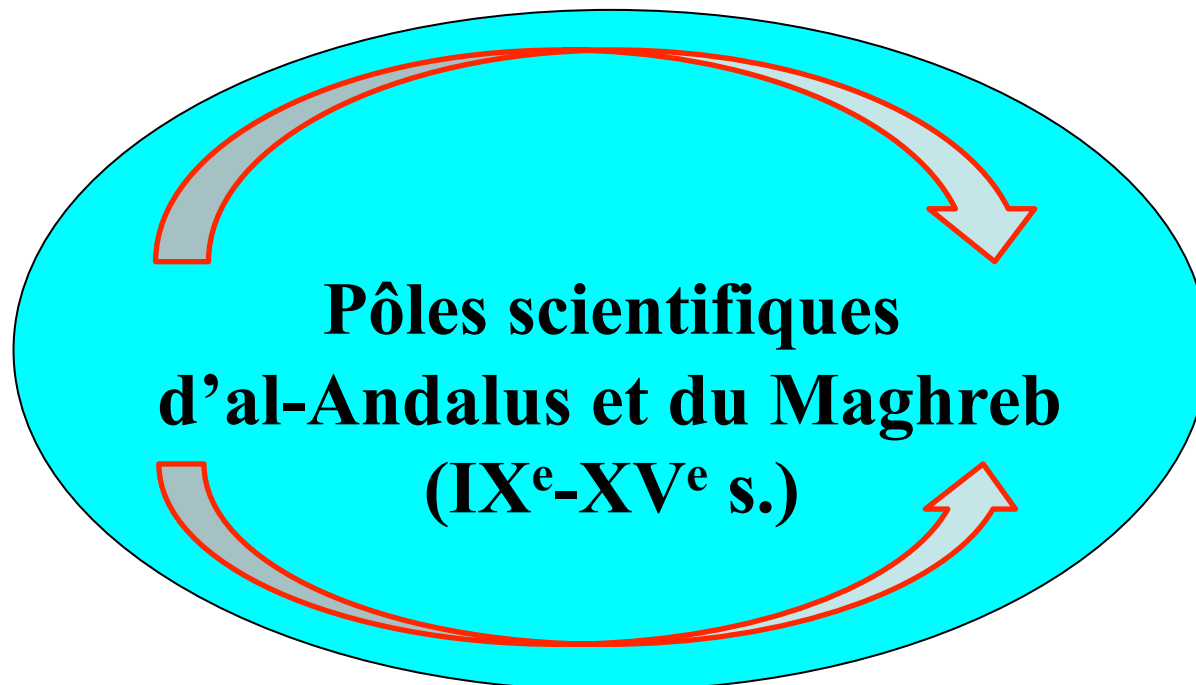
Tolède

Saragosse

Valence

Séville

Grenade



premières publications mathématiques Au Maghreb et en Andalus

- Numération et arithmétique indiennes (al-Qayrawani)
- Calcul des héritages
- Géométrie du mesurage
- Géométrie du découpage (?)

[illegible]

Mathématiciens du X^e s. en Andalus

Géométrie, Algèbre, science du calcul (une trentaine)

- al-Maghili, Sa'ïd Ibn Ahmad, Ibn 'Uthman, Ibn Usama, Ibn Abi Ghalib, Ibn Maytam, al-Barasaqiri, Ibn Hassan, Muhab Ibn Idris, Rabi' Ibn Zayd, Muhammad al-Faradi, Ibn al-'Attar, 'Ali Ibn Muhammad, 'Abd Allah as-Surri, , Ahmad Ibn Nasr, Ibn as-Samh, al-Zahrawi, 'Abdallah al-Kindi, Abu Bakr al-Ansari, 'Abd al-Ghafir al-Faradi, Ibn 'Arus, Ibn Yabqa, al-Uqlidis, Isma'il Ibn Badr, al-Qassam, at-Tunayzi, Khalaf Ibn Husayn, Ibn al-Kattani, Ibn ash-Shaqqaq, Lubna, Ibn 'Abdun

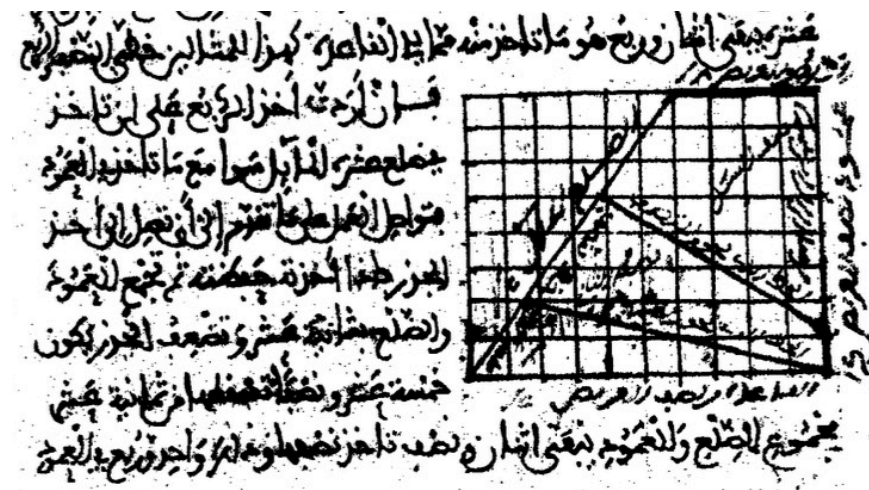
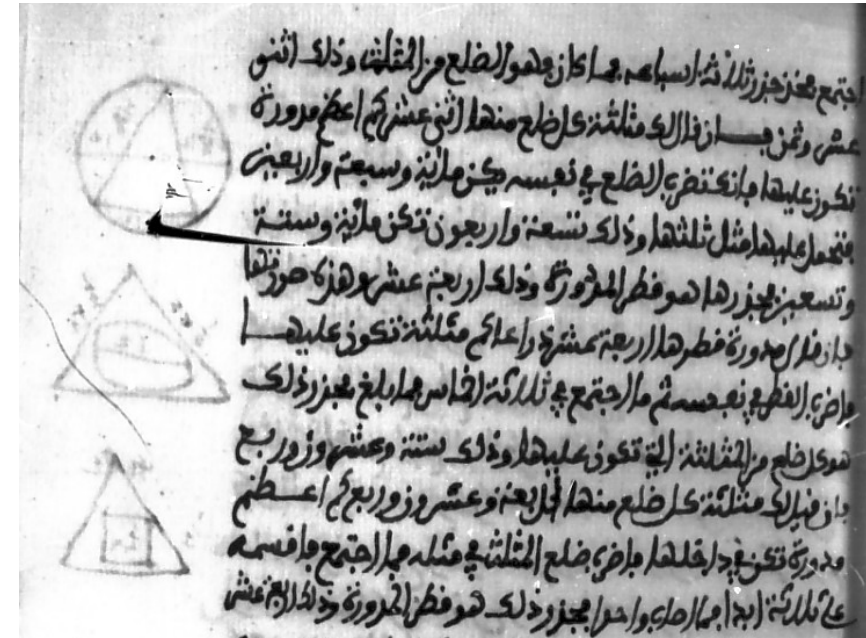
Astronomie

- ar-Rusafi, Sa'ïd at-Tabib, al-Majriti, al-Ghurbali
- Jariyat al-Hakam
- Qasim Ibn al-Mutarraf

La production d'al-Andalus XIII^e-XV^e s.)

Géométrie du mesurage et du découpage

- Al-Mursi (XIII^e s.)
- Ibn al-Jayyâb (XIII^e s.)
- Ibn Luyûn (m. 1346)



Science des héritages

- **Al-Qurashi (m. 1184)**

Science du calcul

- **Al-Qalasâdî (m. 1485)**

Abū al-Ḥasan AL-QALASĀDĪ
(m. 891/1486)

SOMMAIRE

ŠARḤ TALḤĪŞ A ‘MĀL AL-ḤISĀB

ŒUVRE MATHÉMATIQUE
EN ESPAGNE MUSULMANE DU XV^e SIÈCLE

Texte présenté,
édité et traduit par

Farès BENTALEB



DAR AL-GHARB AL-ISLAMĪ

Démarches et résultats combinatoires

- *Livre sur la science du calcul*

- *Le lever du voile sur les opérations du calcul*

جدول جمع الجداول										وهكذا فجميع المثلثات في الجدول									
										من عشرة الى									
١										٩									
١٥										٨									
٤٤										٣٤									
١٢٥										٨٤									
٢١٥										١٤٦									
٤٤٤										٢٤٤									
٢١٥										٨٤									
١٢٥										٣٦									
٤٤										٩									
١٠										١									
جميع الالوان										جميع الالوان									

صنعة العمل بالجدول فان كان مع الوان حور وارت ثم في اربعة تكون مائة على ان يكون مع كل شراية الوان معلومة فليتردد في الجدول كما عاين بالون المزدعد فيكون الوان حور و قد شغل ربط حور و عدد الوان كل شراية في عدد البيت الذي يجمع فيه

$$C_n^p=C_{n-1}^{p-1}+C_{n-2}^{p-1}+...+C_{p-1}^{p-1}$$

$$P_n=n(n-1)...3.2.1=n! \qquad P_n^{k_1...k_p}=\frac{n!}{k_1!...k_p!}$$

$$C_{2n-1}^3=\sum_{k=1}^{n-1}(2k-1)^2$$

$$C_{2n}^3=\sum_{k=1}^{n-1}(2k)^2$$

$$C_n^p=\frac{n(n-1)...(n-p+1)}{p(p-1)...2.1}$$

Le symbolisme mathématique au Maghreb

وسبعة مبرج جزء مراحمة عشر عدد نزل
ثم انزل نختة في سطر اخر القلادة
على بعد ذلك الموراء $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ ثم انه
في جميع مقامات $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{11}$ $\frac{1}{13}$ $\frac{1}{15}$ $\frac{1}{17}$ $\frac{1}{19}$ $\frac{1}{21}$ $\frac{1}{23}$ $\frac{1}{25}$ $\frac{1}{27}$ $\frac{1}{29}$ $\frac{1}{31}$ $\frac{1}{33}$ $\frac{1}{35}$ $\frac{1}{37}$ $\frac{1}{39}$ $\frac{1}{41}$ $\frac{1}{43}$ $\frac{1}{45}$ $\frac{1}{47}$ $\frac{1}{49}$ $\frac{1}{51}$ $\frac{1}{53}$ $\frac{1}{55}$ $\frac{1}{57}$ $\frac{1}{59}$ $\frac{1}{61}$ $\frac{1}{63}$ $\frac{1}{65}$ $\frac{1}{67}$ $\frac{1}{69}$ $\frac{1}{71}$ $\frac{1}{73}$ $\frac{1}{75}$ $\frac{1}{77}$ $\frac{1}{79}$ $\frac{1}{81}$ $\frac{1}{83}$ $\frac{1}{85}$ $\frac{1}{87}$ $\frac{1}{89}$ $\frac{1}{91}$ $\frac{1}{93}$ $\frac{1}{95}$ $\frac{1}{97}$ $\frac{1}{99}$
وتنزلت الفروع في $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{11}$ $\frac{1}{13}$ $\frac{1}{15}$ $\frac{1}{17}$ $\frac{1}{19}$ $\frac{1}{21}$ $\frac{1}{23}$ $\frac{1}{25}$ $\frac{1}{27}$ $\frac{1}{29}$ $\frac{1}{31}$ $\frac{1}{33}$ $\frac{1}{35}$ $\frac{1}{37}$ $\frac{1}{39}$ $\frac{1}{41}$ $\frac{1}{43}$ $\frac{1}{45}$ $\frac{1}{47}$ $\frac{1}{49}$ $\frac{1}{51}$ $\frac{1}{53}$ $\frac{1}{55}$ $\frac{1}{57}$ $\frac{1}{59}$ $\frac{1}{61}$ $\frac{1}{63}$ $\frac{1}{65}$ $\frac{1}{67}$ $\frac{1}{69}$ $\frac{1}{71}$ $\frac{1}{73}$ $\frac{1}{75}$ $\frac{1}{77}$ $\frac{1}{79}$ $\frac{1}{81}$ $\frac{1}{83}$ $\frac{1}{85}$ $\frac{1}{87}$ $\frac{1}{89}$ $\frac{1}{91}$ $\frac{1}{93}$ $\frac{1}{95}$ $\frac{1}{97}$ $\frac{1}{99}$
ثم تلاحظ على الخمسة وتنزل الخمسة

وهو الاتبع الاصح المملوك زده انتهى

والعمل

$$\begin{array}{r} \hline \text{ج} \\ \hline \text{ج} \quad \text{ج} \\ \hline \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \hline \text{ج} \quad \text{ج} \\ \hline \text{ج} \\ \hline \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \end{array}$$

مثله بان

جزر نصف

$$\begin{array}{r} \hline \text{ج} \\ \hline \text{ج} \quad \text{ج} \\ \hline \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \hline \text{ج} \\ \hline \text{ج} \quad \text{ج} \\ \hline \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \end{array}$$

بخرج جزر

كذلك

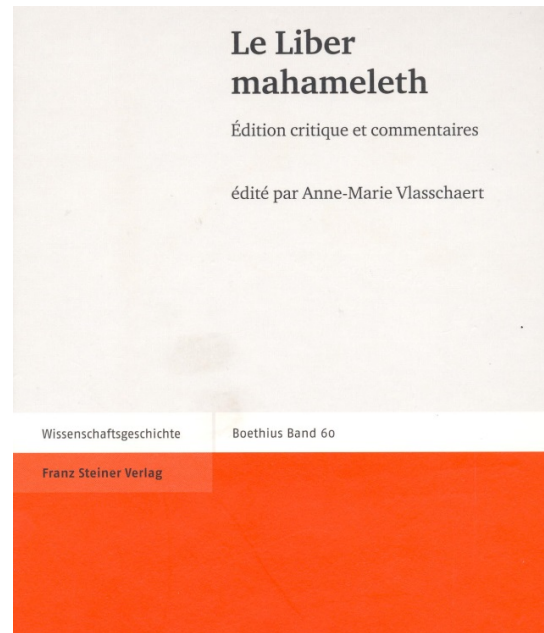
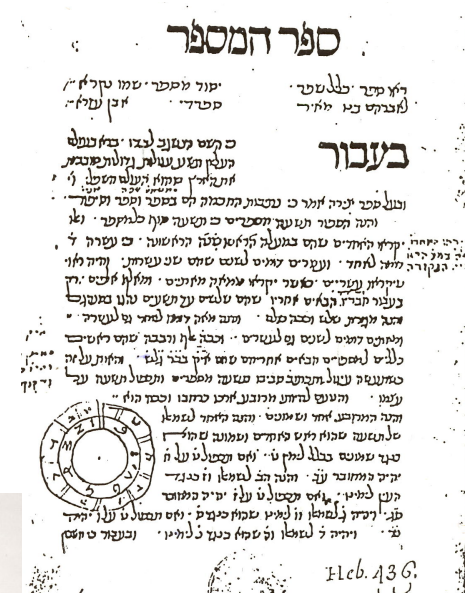
$$1 + \frac{18 - \frac{24}{\frac{1}{2}x}}{14 - \frac{24}{\frac{1}{2}x}} = x$$

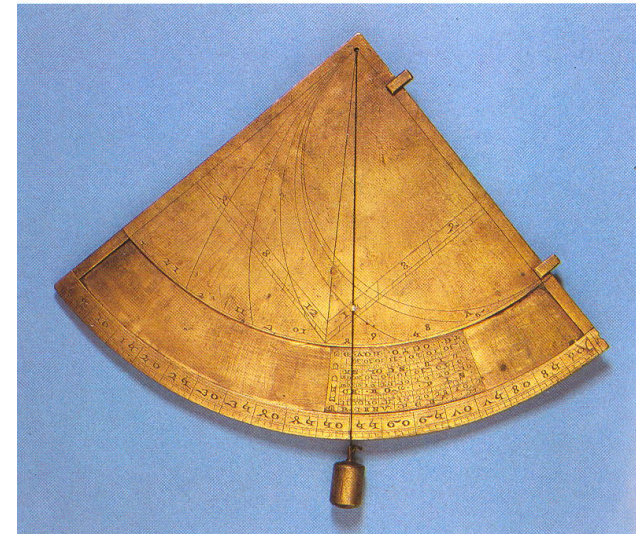
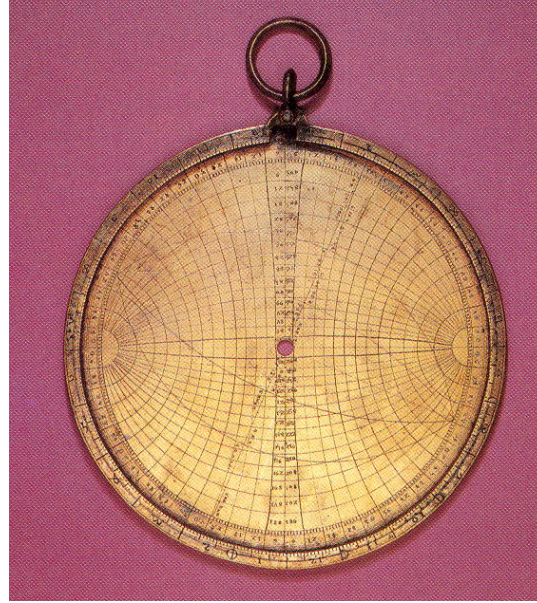
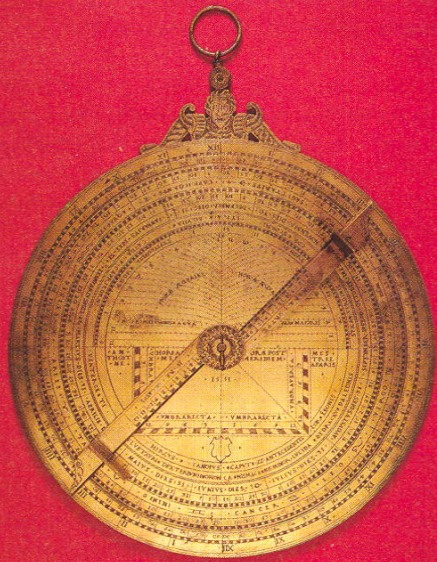
$$1 + \frac{18 - \frac{24}{\frac{1}{2}x}}{14 - \frac{24}{\frac{1}{2}x}} = x$$

او ثمانية عشر من العدد الا اربعة
 في تسع كل واحد من الواحد مقسوم
 ومن العدد مقسومة على ذلك
 هو ثمانية عشر لا و ع
 دلة اثنان اثنان
 من العدد ا و ع
 عشر تسع
 و رة ع ا و ع
 اثنان

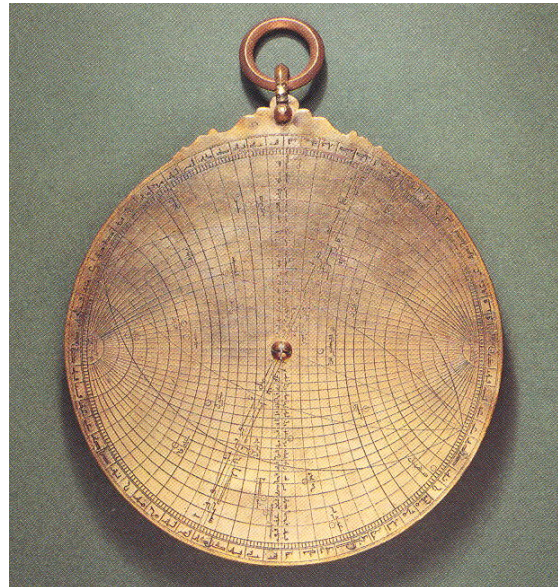
Circulation de savoirs d'al-Andalus et du Maghreb vers l'Europe (X^e-XV^e s.)

- Circulation anonyme de savoirs et de savoir-faire
- Publications latines ou hébraïque d'auteurs arabisés
- Traductions latines ou hébraïques d'ouvrages grecs ou arabes





Les instruments astronomiques



L'héritage indien

عشرات زدنا على المجموعتين وان كان ميسرنا على المجموعتين ثلاثة مما
اجتمع فهو عدد منازل العدد الذي اردنا معرفة منازل له وهو اسماء النسخ
الثانية وتقرى به على منازل العدد اعلم ان حروف الفبا التي تقرب عنونا
في الحساب تسعة احراب على هو، الصورة

9	8	7	6	5	4	3	2	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---

والعدد في كل منزلة من منازل العدد تسعة منازل اذ اردنا ان نسم عددانا

figuris quib^{us} designant unum quemq^{ue} gradum.
cui^{us}libet grad^{us} quorum hæc sunt formæ

9 8 7 6 5 4 3 2 1

L'héritage grec

- **Euclide :**
 - *Les Eléments*,
 - *Les Données*
- **Apollonius :**
 - *Les coniques*
- **Archimède :**
 - *La mesure du cercle*
- **Ménélaüs :**
 - *Les Sphériques*
- **Théodose :**
 - *Les Sphériques*

Theodosius *Sphaerica*

Arabic and Medieval Latin
Translations
Edited by Paul Kunitzsch
and Richard Lorch

Wissenschaftsgeschichte

Boethius Band 62

Franz Steiner Verlag

Ecrits mathématiques d'al-Andalus en Europe

- **Ibn as-Samḥ** : *Livre de géométrie*
- **Al-Jayyānī** :
 - *Epître sur les rapports*
 - *Livres des arcs inconnus de la sphère*
- **Abū Bakr (?)** : *Liber Mensurationum*
- **ʿAbd ar-Raḥmān** : *Liber Aderamati*
- **Jābir Ibn Aflaḥ** :
 - *Traité de la figure sécante*
 - *Livre de la révision de l'Almageste*
- **Al-Jayyānī** :
 - *Livres des arcs inconnus de la sphère (?)*

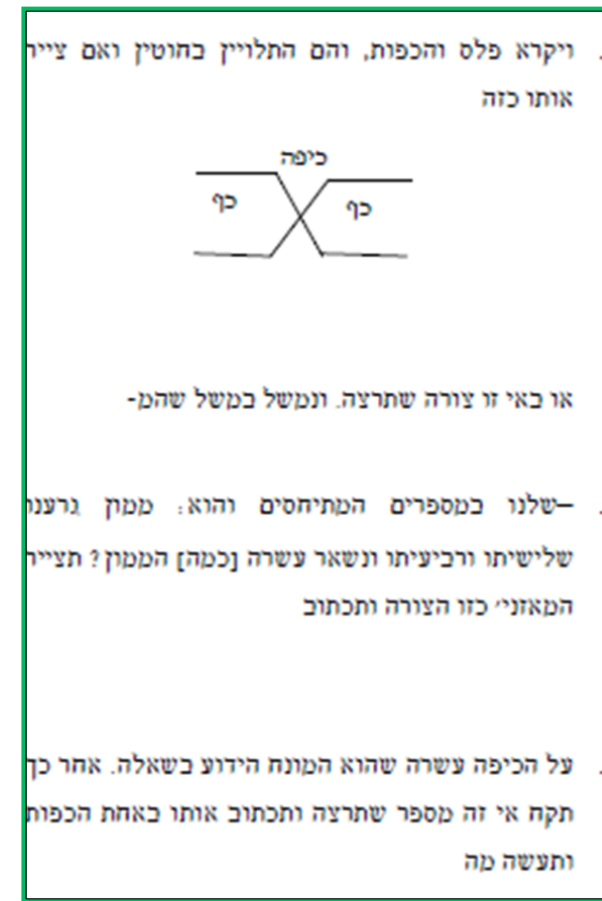
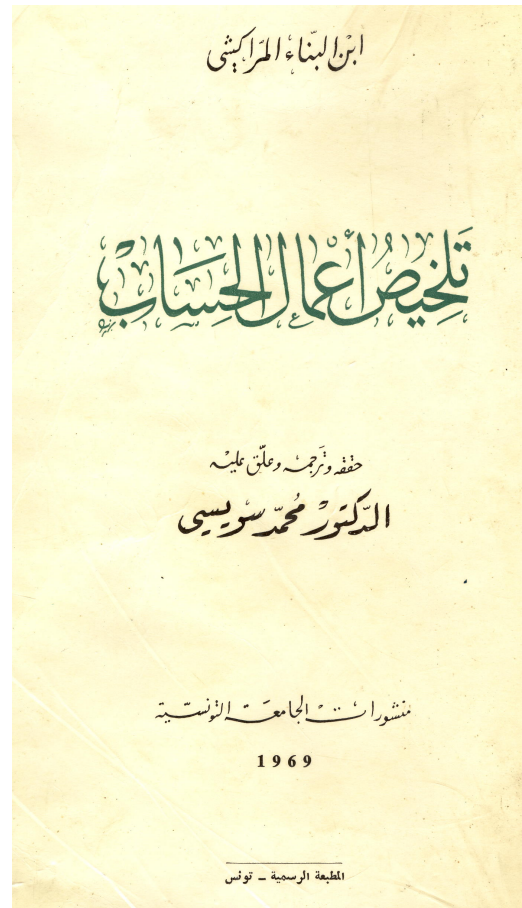
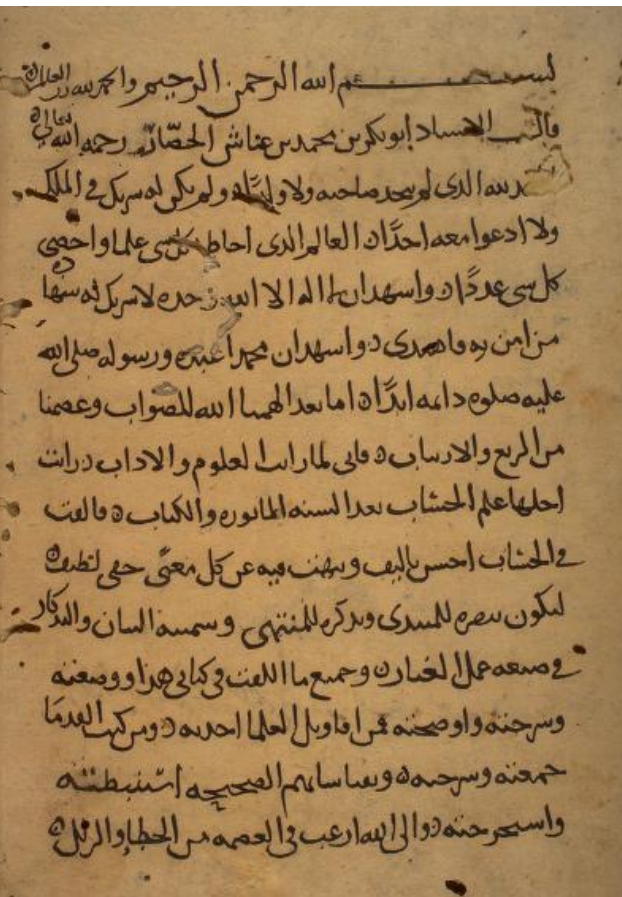
Ouvrages mathématiques du Maghreb en Europe

Al-Haṣṣār

Livre de la démonstration et du rappel

Ibn al-Bannā

L'Abrégé des opérations du calcul



Merci de votre attention

ahmed.djebbar@wanadoo.fr